

# Vízvezető rétegek anizotrópiája

DR. VÖLGYESI ISTVÁN\*

## 1. Bevezetés

A földkéreg vízvezető rétegei mindig anizotróp tulajdonságúak, a víz viselkedését leíró összefüggéseket viszont izotróp közeg feltételezésével vezették le. A gyakorlatban ez az ellentmondás legtöbbször nem okoz problémát, mert elsősorban vízszintes irányú szivárgásokkal foglalkozunk és ennek megfelelően vízszintes irányú szivárgási tényezők állnak rendelkezésünkre.

Ha azonban a szivárgási tér összetettebb, tehát a sebesség függőleges komponensei is jelentősek, akkor az anizotrópia létezését már figyelembe kell venni.

Jelen dolgozat be mutatja, hogy a koordináták transzformálásával miként alakíthatjuk át az anizotróp szivárgási teret izotróppá, illetve hogyan alakíthatók át a megfelelő hidraulikai összefüggések, hogy anizotróp körülmények között is alkalmazhatók legyenek.

A tényleges számítások elvégzéséhez természetesen az anizotrópia mértékét az ún. anizotrópia tényezőt is ismerni kell. Mérésére ez ideig nem alakult ki megfelelő módszer. A dolgozat ismerteti és értékeli néhány egyszerű eljárást, köztük olyant, amely lehetővé teszi azon próbászivattyúzások kiértékelését is anizotrópia szempontjából, amelyeket eredetileg csak a szivárgási tényező meghatározása céljából telepítettek.

## 2. Az anizotrópia eredete, anizotróp talajok tulajdonságai

Gyakorlati szempontból főleg a szemcsés vízvezető rétegek vizsgálata szükséges. Ezeknél az anizotrópia a réteg képződése — elsősorban áramló vízből való kiülepedése — során alakul ki.

A valódi anizotrópia oka az, hogy a szemcsék — mivel többnyire palás, réteges kőzetekből származnak — legtöbbször elnyúlt korongalakúak és ülepedés után lapjukra fekvő, sőt a vízszintes síkban is rendezetten, hosszirányukkal az áramlás irányával párhuzamosan helyezkednek el. Így a réteg a szemcsék lapjára merőleges — tehát függőleges — irányban jelent a legnagyobb ellenállást a víz számára, a vízszintes síkban pedig a valamikori folyásiránnyal esik egybe a legkisebb ellenállás iránya.

A látszólagos anizotrópia az előbbi hatáson kívül a mikrorétegezethez is magába foglalja. Az ülepedési viszonyok változásai miatt a réteget függőleges irányban hol finomabb, hol durvább szemösszetételű csíkok építik fel. Az ilyen réteg oly módon mutatkozik anizotrópnak, hogy vízszintes irányban főleg a durvább, jobban vezető csíkokon keresztül történik az áramlás, függőleges irányban viszont a rosszabbul vezető rétegecskék ellenállása is szükségszerűen bekapcsolódik.

Nagyobb vastagságú összletben látszólagos anizotrópiaként jelentkezik az a tényleges rétegezethez is, amelyet nem veszünk figyelembe a rétegsornak a számításokhoz szükséges sematizálása során, vagyis ha egy réteggé vonunk össze nem egészen azonos tulajdonságú szinteket. Tehát minél vastagabb rétegről van szó, várhatóan annál nagyobb anizotrópia tényező figyelembevételével lehet azt még egy rétegnek tekinteni.

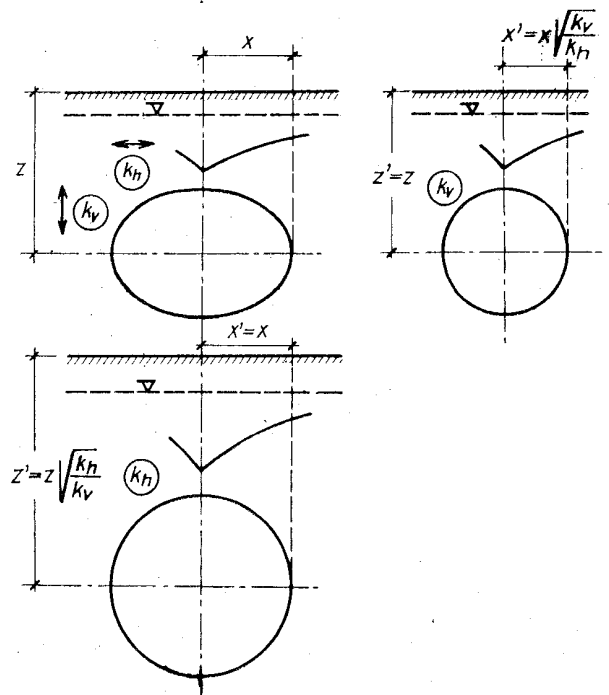
Meg kell jegyezni, hogy a leírt jelenségek a valóságban kissé bonyolultabban alakulnak, emiatt szemcsés rétegekben sem feltétlenül vízszintes a legnagyobb vízvezetőképességű sík, vagy az anizotrópia mértéke nem azonos minden pontban. Ezek hatása azonban a gyakorlatban jelentéktelen. Ugyancsak nincs jelentősége néhány más, elméleti jellegű tényező szabatos tárgyalásának sem. Ezért a dolgozat a továbbiakban csak a vízpítési műtárgyak szempontjából szükséges mélységig, bizonyos elhanyagolásokkal foglalkozik az anizotrópiával, illetve a vele kapcsolatos hidraulikai folyamatokkal.

## 3. Koordinátatranszformáció az izotróp helyettesítő rendszer előállítására

A hidraulikai összefüggések közül a folytonossági egyenlet (amely az anyagmegmaradás törvényét fejezi ki) anizotróp közegben is érvényes. Valamely sebességvektor három összetevőjére tehát most is áll:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Ugyanezeket a sebességkomponenseket a hidraulikus gradiens segítségével is felírhatjuk. Általában a sebesség és a hidraulikus gradiens vektora nem párhuzamosak egymással az anizotróp térben, de igazolható, hogy mindig létezik három egymásra merőleges irány, az ún. szivárgási főirányok, amelyekben a két mennyiség megfelelő vetületei egymással arányosak. Az arányossági



1. ábra. Koordinátatranszformáció  $z$  vagy  $x$  irányban  
Рис. 1. Трансформация координат в направлении  $z$  или  $x$

Fig. 1. Transformation of the coordinates in the  $z$  or  $y$  directions

\* Vízügyi Tervező Vállalat, Budapest.

tényező éppen a szivárgási tényezővel azonos, vagyis ilymódon a Darcy-törvényt írhatjuk fel a három főirányban. Az  $(x, y, z)$  koordinátarendszer a főirányokkal egyezően vehető fel, tehát:

$$v_x = k_x \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$v_y = k_y \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$v_z = k_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Behelyettesítve ezeket a folytonossági egyenletbe, a következő eredményt kapjuk:

$$k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

ami a  $k_x, k_y, k_z$  szorzók nélkül a Laplace-féle egyenlet lenne. Ezzel egyúttal azt is igazoljuk, hogy a Laplace egyenlet nem érvényes anizotróp térben.

Bizonyítani kívánjuk, hogy a koordináták hosszának alkalmas megváltoztatásával meglévő rendszerünk izotróppá transzformálható. Legyen az új, helyettesítő rendszer minden irányban érvényes szivárgási tényezője  $k'$ , és az új koordinátákat képezzük a következőképpen:

$$x' = x \sqrt{\frac{k'}{k_x}}$$

$$y' = y \sqrt{\frac{k'}{k_y}}$$

$$z' = z \sqrt{\frac{k'}{k_z}}$$

Most a potenciál parciális differenciálhányadosait kell felírunk az új koordináták szerint:

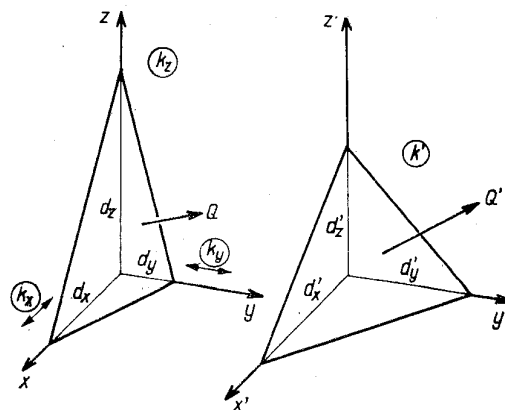
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x'} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x'} = \frac{1}{\sqrt{\frac{k'}{k_x}}} \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x'} \right) \frac{\partial x}{\partial x'} = \\ &= \frac{1}{k'} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{k_x}{k'} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \end{aligned}$$

Ugyanezt a másik két tengely irányában is elvégezve, majd az eredményeket összegezve:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} &= \\ &= \frac{1}{k'} \left( k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) \end{aligned}$$

a jobboldali szorzat második tényezője — az (1) egyenlet szerint — nullával egyenlő, tehát a bal oldal értéke is nulla, ami egyben a Laplace-egyenlet, és az ezen alapuló többi hidraulikai összefüggés érvényességét is jelenti, tehát feltételezésünket igazoltuk, a koordináták nyújtásával, vagy zsugorításával nyert  $(x', y', z')$  rendszer már izotrópként kezelhető.



2. ábra. Vázlat a vízhozam transzformáltjának meghatározásához

Рис. 2. Схема для определения трансформации расхода  
Fig. 2. Scheme for determining the discharge transformation

A transzformáció során alkalmazott  $\sqrt{\frac{k'}{k}}$  alakú szorzó lényegében az anizotrópia mértékét fejezi ki egy bizonyos irányra vonatkoztatva. Mérőszámként mégis ennek négyzete terjedt el, és a  $\frac{k'}{k} = \lambda$  mennyiséget *anizotrópia tényezőnek* nevezzük. (Célszerű mindig a számlálóban szerepeltetni az új, izotróppá transzformált rendszer most már minden irányban érvényes szivárgási tényezőjét.)

A gyakorlatban legtöbbször úgy végezzük a transzformációt, hogy az új rendszer számára a vízszintes szivárgási tényezőt tartjuk meg — és ezt valamennyi vízszintes irányban azonosnak vesszük — tehát  $k_x = k_y = k_h$ , ilyenkor az anizotrópia tényező  $\lambda = \frac{k_h}{k_v}$  alakú, és értéke szemcsés rétegeknel általában 1-nél nagyobb.

Szemléletesen mutatja be a fent leírt koordináta-transzformáció alkalmazását az 1. ábra.

Pontszerű nyelő körül anizotróp térben ellipszissé torzult potenciálfelület látható, amely újra körre válik az  $x$  tengely zsugorítása, vagy a  $z$  tengely nyújtása után, ahogy izotróp körülmények között kialakulna, miközben vagy a  $k_v$ , vagy a  $k_h$  szivárgási tényező lesz érvényes a helyettesítő rendszerben. Az ellipszis kis és nagy tengelyének aránya a transzformáció törvényeinek megfelelően:

$$\sqrt{\frac{k_h}{k_v}} = \sqrt{\lambda}$$

#### 4. A koordinátatranszformáció következményei alkalmazása

A tengelyirányú zsugorítás vagy nyújtás természetesen magával hozza a szivárgó térben található egyéb hosszúságok megváltozását is. Könnyen belátható, hogy a sebességvektorok megfelelő összetevői is a hosszakkal arányosan zsugorodnak, vagy nyúlnak. A vízhozamok kérdése azonban külön vizsgálatot igényel.

A 2. ábrán egy a koordinátasíkok és a három tengelyt metsző negyedik sík által határolt elemi tetraéder látható anizotróp és izotróppá transzformált helyzetben.

A három koordinátasíkon átlépő hozam összege mindkét helyzetben meg kell egyezzen a negyedik síkon átlépő hozammal. Ezt a tényt a következő két egyenlettel fejezhetjük ki:

$$Q = \frac{1}{2} [v_x(dydz) + v_y(dx dz) + v_z(dx dy)]$$

$$Q' = \frac{1}{2} [v'_x(dy'dz') + v'_y(dx'dz') + v'_z(dx'dy')]$$

de a hossz- és sebesség jellegű mennyiségek kapcsolatát ismerve a  $Q'$  fiktív hozam és a valóban mérhető  $Q$  hozam viszonyát meghatározhatjuk:

$$dx' = dx \sqrt{\frac{k'}{k_x}}, \quad dy' = dy \sqrt{\frac{k'}{k_y}}, \quad dz' = dz \sqrt{\frac{k'}{k_z}}$$

$$v'_x = v_x \sqrt{\frac{k'}{k_x}}, \quad v'_y = v_y \sqrt{\frac{k'}{k_y}}, \quad v'_z = v_z \sqrt{\frac{k'}{k_z}}$$

tehát:

$$Q' = \frac{1}{2} \left[ v_x \sqrt{\frac{k'}{k_x}} \left( dy \sqrt{\frac{k'}{k_y}} + dz \sqrt{\frac{k'}{k_z}} \right) + v_y \sqrt{\frac{k'}{k_y}} \left( dx \sqrt{\frac{k'}{k_x}} + dz \sqrt{\frac{k'}{k_z}} \right) + v_z \sqrt{\frac{k'}{k_z}} \left( dx \sqrt{\frac{k'}{k_x}} + dy \sqrt{\frac{k'}{k_y}} \right) \right]$$

$$Q' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k'^3}{k_x k_y k_z}} [v_x(dydz) + v_y(dx dz) + v_z(dx dy)]$$

vagyis

$$Q' = Q \sqrt{\frac{k'^3}{k_x k_y k_z}} \quad (2)$$

Ez az összefüggés minden helyzetben alkalmazható. Speciális esetekben egyszerűsödik. Ha például a transzformációt úgy végezzük, hogy a helyettesítő rendszer szivárgási tényezője minden irányban a  $k_z$  lesz ( $k' = k_z = k_v$ ), a vízszintes síkban pedig a  $k_x = k_y = k_h$  esete áll, akkor

$$Q' = Q \sqrt{\frac{k_v^3}{k_h^2 k_v}} = Q \frac{k_v}{k_h} = Q \lambda \quad (3)$$

Síkbeli szivárgásoknál hasonló módon a  $Q' = Q \sqrt{\lambda}$  összefüggés vezethető le (Tengelyszimmetrikus eseteket — a síkbeli tárgyalási lehetőség ellenére — térbeliként kell kezelni).

Lássunk végül egy egyszerű, de tanulságos példát a koordinátatranszformáció alkalmazására. A 3. ábrán egy gát alatti szivárgási térben kijelölt áramcső látható anizotróp körülmények között, majd pedig  $k' = k_h$  szerint transzformálva.

A vízhozamot közelítően a Darcy-törvény alapján írhatjuk fel az áramcső függőleges és vízszintes szakaszára egyaránt:

$$q = F_h \cdot k_v \frac{\Delta h}{l_v} \quad (4)$$

függőleges irányban és

$$q = F_v \cdot k_h \frac{\Delta h}{l_h} \quad (5)$$

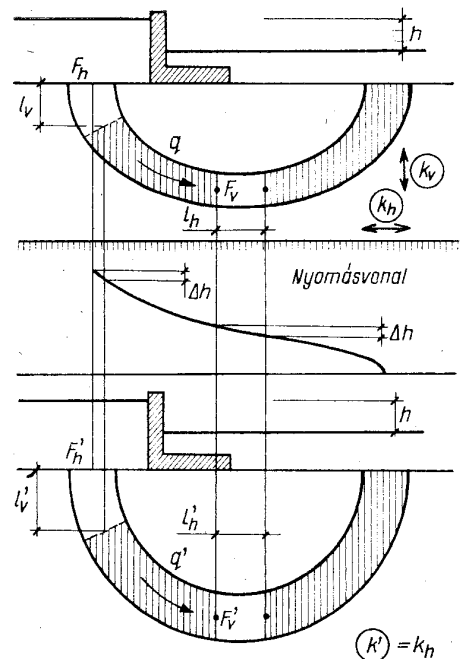
vízszintes irányban.

Az átfolyási felületek — mivel síkmozgásról van szó — egy horizontális vagy vertikális méret és a szivárgási síkra merőleges, nem transzformálható egységnyi hossz szorzataként számíthatók. A  $\Delta h$ -ra sem vonatkozik a transzformáció, mert ez nem az anizotróp talajban megjelenő mennyiség, hanem a felszíni víztérben lévő  $h$  szintkülönbség része.

Az izotróppá transzformált rendszerben tehát a két egyenlet a következőképpen alakul:

$$q' = F'_h k' \frac{\Delta h}{l'_v} \quad (6) \quad q' = F'_v k' \frac{\Delta h}{l'_h} \quad (7)$$

$$q \sqrt{\lambda} = F_h k_h \frac{\Delta h}{l_v \sqrt{\lambda}} \quad q' \sqrt{\lambda} = F_v \sqrt{\lambda} k_h \frac{\Delta h}{l_h}$$



3. ábra. Gát alatti szivárgás anizotróp térben és az izotróp helyettesítő rendszerben [2]

Рис. 3. Фильтрация под основанием дамбы в анизотропном пространстве и в системе, замещающей изотропную среду (2)

Fig. 3. Levee underseepage in the anisotropic field and in the isotropic equivalent system (2)

$$q = F_h k_h \frac{1}{\lambda} \frac{\Delta h}{l_v} \quad q = F_v k_h \frac{\Delta h}{l_h} \quad (9)$$

$$q = F_h k_v \frac{\Delta h}{l_v} \quad (8)$$

A (4) egyenlet azonos a (8)-sal és az (5) a (9)-sel. Ennek így is kell lennie, hisz az áramcsőben mozgó víz mennyisége nem változhat meg attól, hogy a szivárgási teret gondolatban átalakítjuk a számítások érdekében.

## 5. Az anizotrópia mérése

### 5.1 Általános megjegyzések

A szakirodalomban laboratóriumi és terepi mérések egyaránt ismeretesek, de ezek nagyrésze a gyakorlatban nem terjedt el.

Laboratóriumban magmintán lehet két irányban szivárgási tényezőt mérni és ebből számolni az anizotrópiát. De a legtöbb vízépítési szempontból fontos laza üledékes réteghől nem lehet megfelelő magmintát venni.

Terepen hasonló elvi megfontolások alapján vízszintes és függőleges irányú vízmozgást hoznak létre próbászivattyúzással és ennek alapján számolják a  $k_h$ -t,  $k_v$ -t, majd  $\lambda$ -t. A  $k_h$  számításához a normál észlelőkutas próbászivattyúzások megfelelnek.

Függőleges áramlást a szivott kút és egy hozzá közel lévő észlelőkút közé, azoknál jóval mélyebbre levert szád fal segítségével hoznak létre és a víz sebességét festék, vagy más jelzőanyag alkalmazásával határozzák meg.

Szád fal nélkül is következtethetünk az anizotrópiára, ha a normál próbászivattyúzást kiegészítjük a szivott kút szűrőjénél magasabban, vagy mélyebben elhelyezett észlelőkúttal, vagy kúttal. Egyes esetekben ilyenkor is jelzőanyag megoldást javasol a szakirodalom, a kísérlet kiértékelése a jelzőanyagnak az észlelőkútba való beadagolásától a szivott kútba érkezéséig eltelt idő alapján történik.

Ez az idő sokszor csak nagyon pontatlanul mérhető. Egyrészt a jelzőanyagot a réteg kiszűrheti és az a szivott kútban csak bizonytalanul jelentkezik, másrészt diffúzió révén esetleg vízáramlás nélkül is meglehetősen gyorsan terjedhet. Vagyis a vízjelzéses módszerek csak az illető réteghez alkalmas jelzőanyag kiválasztásától a diffúziós viszonyok felderítéséig terjedő részletes előkísérletek után alkalmazhatók.

Fenti bizonytalanságok miatt jelen dolgozat olyan módszerekre kívánja felhívni a figyelmet, amelyek próbászivattyúzással, de csupán észlelőkutakban megfigyelt vízállásváltozások alapján adnak lehetőséget az anizotrópia számítására.

### 5.2 A próbászivattyúzások kialakítása

A mérés elve az, hogy a próbászivattyúzással olyan térbeli szivárgást hozunk létre, amelyet az anizotrópia befolyásol, észleljük ennek paramétereit, ezek el fognak térni az izotróp talajban várható paramétereiktől. Az eltérések képezik a számítás alapját.

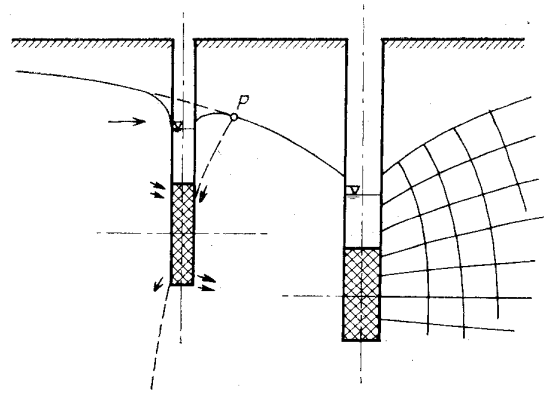
A térbeli szivárgási állapotot a vizsgálandó réteg vastagságához képest rövid szűrőjű szivott kúttal állíthatjuk elő. Elméletileg könnyebben követhetjük a kialakuló potenciálviszonyokat, ha a szűrő a réteg közepe táján helyezkedik el.

A rövid szűrők alkalmazásának hátránya is van, nagy lesz a szivott kút ellenállása, emiatt az észlelőkutakban csak kis leszívást tudunk elérni, ami újra csak pontatlanságot eredményezhet.

Középtűként megfelelőnek látszik vékonyabb rétegeknél a rétegvastagság negyede, vagy harmada, vastagabb rétegekben pedig a termelőcső átmérőjének 3—5-szöröse, mint szűrőhossza.

Az észlelőkutak szűrőhosszára is érdemes figyelmet fordítani, különösen akkor, ha a szivott kútnál magasabban, vagy alacsonyabban szűrőzött kútról van szó. A 4. ábrán látható egy ilyen szűrő. Alsó részén kisebb a potenciál, mint felül és mivel a víz a szűrőn keresztül kisebb ellenállást talál a szivott kút felé, megzavarodik az áramvonalak hálózatának szabályos rendje, eltorzulnak a potenciálfelületek, mindez a szabad felszín helyzetét is befolyásolja úgy, hogy az ábrán bemutatott jelleggel egy kis helyi depressziós tölcser alakul ki az észlelőkút körül. Végeredményben tehát az észlelőkútban nem a  $P$  pontban kimetsződő equipotenciális felületnek megfelelő, hanem annál alacsonyabb vízszint áll be.

A két vízszint különbsége annál nagyobb, minél hosszabb a szűrő, minél közelebb van a szivott



4. ábra. Észlelőkút zavaró hatása

Рис. 4. Мешающее влияние наблюдательной скважины  
Fig. 4. Disturbing effect of observation well

kúthoz és minél kisebb a szűrő ellenállása. A kérdés részletes tárgyalása messzire vezetne, itt csak annyit érdemes megjegyezni, hogy az észlelőkutak szűrőinek hosszát 0,3—0,5 m között célszerű felvenni, nagyobb átmérőknél inkább a kisebb hossz felel meg.

### 5.3 Grafoanalitikus értékelés

Foglalkozunk elsőként egy szemléletes, de kevésbé pontos eljárással, amely azon a közelítésen alapul, hogy hosszabb szűrő körül is — bizonyos távolság után — izotróp talajban gömbök, anizotrópban forgási ellipszoidok lesznek az equipotenciális felületek (kétdimenziós anizotrópia).

Az 5. ábrán a próbászivattyúzás kútelrendezése látható, a 4. sz. észlelőkúton átmenő equipotenciális felület ellipszis metszetével az adott anizotróp talajban. A biztosabb szerkeszthetőség érdekében 0,4 távolság ne legyen nagyobb, mint a 0,2.

Az ábra alsó részén az 1, 2 és 3 észlelőkutak adatai alapján szerkesztett depressziós görbét is megrajzoltuk. A 4. sz. észlelőkútban mért leszívás-értékkel ( $S^*$ ) metszve ezt a görbét, kaptunk egy pontot, amely az  $x$  tengelyen a 4-gyel azonos potenciál van, tehát a berajzolt ellipszis nagytengelyének végpontját.

Az ellipszis egyenlete az adott koordinátarendszerben:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

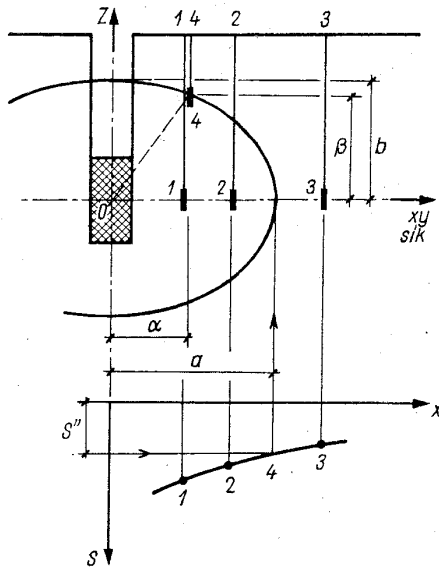
A 4. sz. szűrő koordinátái kielégítik ezt az egyenletet:

$$\frac{a^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{b^2} = 1.$$

Ebből csak  $b$  ismeretlen

$$b = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{a^2}}}.$$

Az anizotrópia tényező az ellipszis tengelyei alapján:



5. ábra. Kiértékelés grafoanalitikus módszerrel  
Рис. 5. Оценка с графоаналитическим методом  
Fig. 5. Graphoanalytical method of evaluation

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\lambda}, \text{ tehát } \lambda = \frac{a^2}{b^2},$$

illetve  $b$  behelyettesítése után

$$\lambda = \frac{a^2 - a^2}{\beta^2}. \tag{10}$$

A depressziós görbe szerkesztése az eljárás sarkalatos pontja. Olyan felülről domború görbét kell rajzolni, amelynek görbülete a szívott kút felé egyre növekszik. Minél több észlelőkút van az  $xy$  síkban, annál pontosabban illeszthető a keresett görbe a kirajzolódó pontok sorára. Ha nagy a szórás, meg kell próbálkozni a leszívásnak

$$\frac{1}{x}$$

vagy  $\ln x$  függvényében való ábrázolásával. Valamelyik esetben remélhető, hogy a pontok egyenes körül rendeződnek és az  $S^*$ -nak megfelelő  $x = a$  érték pontosabban meghatározható.

5.4 A pontszerű nyelő módszere

További, most már szerkesztést elkerülő lehetőségeket keresve a pontszerű nyelő potenciáljából levezethető alábbi képlet kínálkozik:

$$S = \frac{Q}{4\pi k r} \tag{11}$$

$S$  — a leszívás a nyelőtől  $r$  távolságban,  $k$  szivárgási tényezőjű izotróp közegben.

A rövid szűrőt pontszerű nyelőnek tekintve a próbaszivattyúzást a 6. ábra szerinti elrendezésben kell végezni.

Anizotróp közegben, a (11) egyenlet csak transformáció után érvényes. Legyen  $k' = k_v$ , ekkor

$$S' = S; \quad z' = z; \quad x' = x \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$$

és végül

$$Q' = Q \frac{k_v}{k_h} \text{ a (3) egyenlet szerint.}$$

A transformált mennyiségeket behelyettesítve

$$S = \frac{Q \frac{k_v}{k_h}}{4\pi k_v \sqrt{x^2 \frac{k_v}{k_h} + z^2}}$$

Egyszerűsítések és átalakítások után:

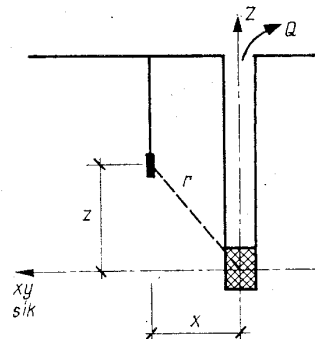
$$S = \frac{Q}{4\pi k_h} \sqrt{\lambda} \frac{1}{\sqrt{x^2 + \lambda z^2}}, \tag{12}$$

ahol

$$\lambda = \frac{k_h}{k_v}.$$

A (12) egyenletben két ismeretlen van, a  $\lambda$  és a  $k_h$ . Ha valamilyen módon a  $k_h$  ismert, akkor  $\lambda$  számítható. Ha több észlelőkút áll rendelkezésünkre, mint ahogy ez a próbaszivattyúzásoknál rendszerint így van, a (12) egyenletet mindegyik kútra felírva olyan kétismeretlenes egyenletrendszert nyerünk, amely a legkisebb négyzetek elvének felhasználásával, kiegyenlítővel együttesen is megoldható, vagy az egyenleteket kettesével csoportosítva, egyenletpáronként különálló gyököket is számíthatunk.

Ha két észlelőkút van, és ezek közül egyik a szívott kúttal azonos szintben került szűrőzésre (a szívott kúttól való távolságok egyenlőek), akkor az anizotrópia tényezőt a  $k_h$ -tól függetlenül is számíthatjuk. Két ilyen kútban a leszívások aránya ugyanis a következő:



6. ábra. Jelölések a pontszerű nyelő elve alapján történő számításokhoz

Рис. 6. Обозначения для расчета, выполняемого по принципу точечного поглощения

Fig. 6. Notations for analyses based on the point-sink principle

$$\frac{S^*}{S} = \frac{\frac{1}{\sqrt{x^2 + \lambda z^2}}}{\frac{1}{\sqrt{x^2}}}$$

ebből:

$$\lambda = \frac{x^2}{z^2} \left[ \left( \frac{S}{S^*} \right)^2 - 1 \right] \quad (13)$$

Minden hasonlóan kialakított kútpárból meghatározható egy anizotrópia tényező.

5.5 Értékelés a szívott kút szűrőhosszának figyelembevételével

Némileg bonyolultabb számítással figyelembe vehetjük azt is, hogy a szivattyúzott kút szűrője a valóságban nem pontszerű.

A szakirodalomból ismert az  $l=2c$  hosszúságú szűrő potenciálja. Ennek alapján a szűrő környezetében a leszívást a következő formában fejezhetjük ki (jelölések a 7. ábrán).

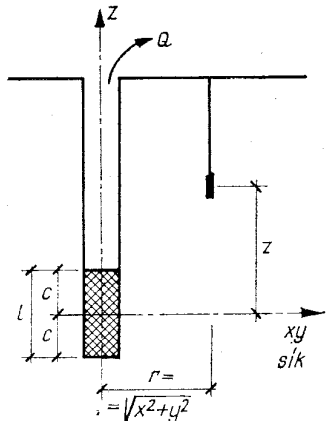
$$S = \frac{Q}{8\pi k \frac{l}{2}} \ln \left[ \frac{z + \frac{l}{2} + \sqrt{r^2 + \left(z + \frac{l}{2}\right)^2}}{z - \frac{l}{2} + \sqrt{r^2 + \left(z - \frac{l}{2}\right)^2}} \right] \quad (14)$$

Ez átalakítások után a következő alakra hozható:

$$S = \frac{Q}{8\pi k \frac{l}{2}} \left( \operatorname{arsh} \frac{z + \frac{l}{2}}{r} - \operatorname{arsh} \frac{z - \frac{l}{2}}{r} \right) \quad (15)$$

Ha az  $xy$  síkban lévő észlelőkútunk van ( $z=0$ ) akkor egyenletünk egyszerűsödik:

$$S = \frac{Q}{4\pi k \frac{l}{2}} \operatorname{arsh} \frac{l}{2r} \quad (16)$$



7. ábra. Jelölések a szűrőhossz figyelembevételével történő számításokhoz

Рис. 7. Обозначения для расчетов, выполняемых с учетом длины фильтрации

Fig. 7. Notations for analyses taking the filter length into account

Írjuk fel újra a leszívások arányát egy olyan észlelőkút-párra, amelyeknél egyik szűrő az  $xy$  síkban, a másik azon kívül van. Ez utóbbinál a leszívás legyen  $S^*$ . Tehát:

$$\frac{S^*}{S} = \frac{\operatorname{arsh} \frac{z + \frac{l}{2}}{r} - \operatorname{arsh} \frac{z - \frac{l}{2}}{r}}{2 \operatorname{arsh} \frac{l}{2r}} \quad (17)$$

Hogy egyenletünk anizotróp viszonyok között is érvényes legyen, alkalmazzunk koordináta-transzformációt  $k' = k_v$  szerint, amikor is:

$$r' = r \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} = r\sqrt{\lambda}, \quad z' = z$$

tehát

$$\frac{S^*}{S} = \frac{\operatorname{arsh} \frac{z + \frac{l}{2}}{r\sqrt{\lambda}} - \operatorname{arsh} \frac{z - \frac{l}{2}}{r\sqrt{\lambda}}}{2 \operatorname{arsh} \frac{l}{2r\sqrt{\lambda}}} \quad (18)$$

Ez az ismert Babuskin-féle képlet, amelyről azonban általában nem közlik, hogy a  $\lambda = \frac{k_v}{k_h}$  alakú anizotrópia-tényezőt tartalmazza, emiatt gyakran adódnak félreértések.

A képletből  $\lambda$  nem fejezhető ki, de könnyen készíthető zsebszámológépekre is olyan program, amelynek segítségével — iterációval — megoldható.

A tényleges próbaszivattyúzás során, ha több kútpárt alkalmazunk, mindegyik párból külön  $\lambda$  számítható.

5.6 Értékelés a normál próbaszivattyúzások azonos magasságban szűrőzött észlelőkútjaink adataiból

A (16) egyenlet alkalmazásával képezhetjük két olyan kútban észlelt leszívás arányát is, melyek mindketten a szívott kút szűrőjével szemben, azaz azonos magasságban vannak szűrőzve.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\operatorname{arsh} \frac{l}{2r_1} - \operatorname{arsh} \frac{c}{r_1}}{\operatorname{arsh} \frac{l}{2r_2} - \operatorname{arsh} \frac{c}{r_2}} \quad (19)$$

Tehát a leszívások aránya izotróp esetben csak a szűrőhossztól és az észlelőkutak távolságától függ. Az anizotrópia hatását vizsgáljuk meg  $k' = k_h$  szerinti transzformációval. Eredményül az

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\operatorname{arsh} \frac{c}{r_1} \sqrt{\lambda}}{\operatorname{arsh} \frac{c}{r_2} \sqrt{\lambda}} \quad (20)$$

összefüggést kapjuk, amelyben

$$\lambda = \frac{k_h}{k_v}$$

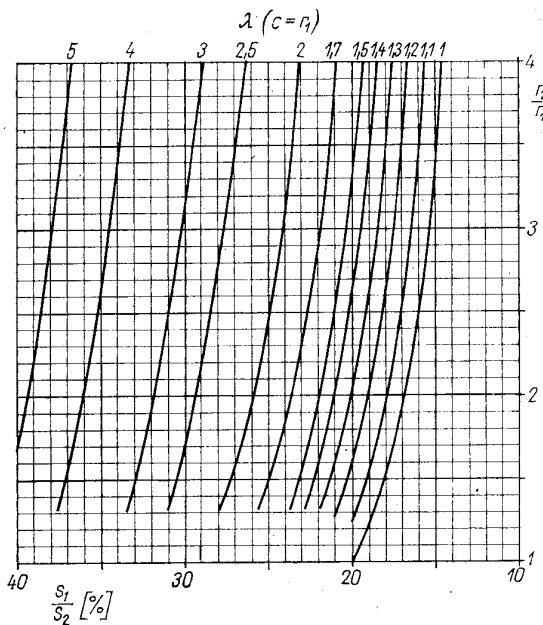
Fenti képletünk jelentősége abban van, hogy igazolja az anizotrópia hatását a szívott kúttal azonos magasságban szűrőzött észlelőkutakra. És mivel a legtöbb próbaszivattyúzás során legalább két ilyen „normál” kút létesül akkor is, ha a kísérlet célja csak a  $k_h$  megállapítása, a (20) képlet alapján lehetőségünk nyílik az ilyen próbaszivattyúzások kiértékelésére az anizotrópia szempontjából is, akár utólag.

A  $\lambda$  ebből a képletből sem fejezhető ki, tehát csak fokozatos közelítéssel számítható. A könnyebb megoldás érdekében készült a 8. ábrán látható grafikon, amelynek alapján a  $c=r_1$  esetre közvetlenül, egyéb esetekre pedig korrekciók után megállapítható az anizotrópia tényező.

A vízszintes tengelyen ábrázolt  $\frac{S_1}{S_2}$  %-kal jelzett mennyiséget a ténylegesen észlelt leszívások és a kúttávolságok függvényében kell számítani a következőképpen:

$$\frac{S}{S_2} \% = 100 - \frac{\left(\frac{S_1}{S_2} - 1\right) 100}{\frac{r_2}{r_1} - 1} \quad (21)$$

Ha  $c \neq r_1$ , akkor a korrekciót az alábbiak szerint végezzük: a 8. ábráról meghatározott  $\lambda$ -t  $\left(\frac{r_1}{c}\right)^2$ -el szorozzuk. Ennek alapja az a tény, hogy a (20)



8. ábra. Nomogram az anizotrópia tényező meghatározására

Рис. 8. Номограмм для определения коэффициента анизотропии

Fig. 8. Chart for finding the anisotropy coefficient

képlet, tehát  $\frac{S_1}{S_2}$  értéke nem változik, ha  $c$ -t  $n$ -el szorozzuk és ugyanakkor  $\lambda$ -t  $n^2$ -tel osztjuk.

Lássunk egy példát a grafikon alkalmazására. Legyen

$$\begin{aligned} r_1 &= 2 \text{ m} & r_2 &= 6 \text{ m} \\ S_1 &= 0,52 \text{ m} & S_2 &= 0,20 \text{ m} \\ c &= 1,5 \text{ m} \end{aligned}$$

A szükséges viszonzyszámok:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 3$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{0,52 \text{ m}}{0,20 \text{ m}} = 2,6$$

$$\frac{S_1}{S_2} \% = 100 \cdot \frac{(2,6 - 1) 100}{3 - 1} = 20$$

A 8. ábrán az  $\frac{r_2}{r_1} = 3$  és  $\frac{S_1}{S_2} \% = 20$  értéknél  $\lambda = 1,74$  található. Mivel  $c \neq r_1$ , képezni kell a korrekciós tényezőt:  $\left(\frac{r_1}{c}\right)^2 = \left(\frac{2}{1,5}\right)^2 = 1,78$

Végül:  $\lambda = 1,47 \cdot \left(\frac{r_1}{c}\right)^2$  vagyis  $\lambda = 2,6$

A (20) képletből következik, hogy ha  $\lambda \rightarrow 0$ , akkor  $\frac{S_1}{S_2} \rightarrow \frac{r_2}{r_1}$ . Ennek alapján a számítások előtt érdemes ellenőrizni a próbaszivattyúzásból kapott leszívásokat. Ha az  $\frac{S_1}{S_2} < \frac{r_2}{r_1}$  egyenlőtlenség nem áll, akkor az  $S$  értékek sem az anizotrópia, sem a szivárgási tényező meghatározására nem használhatók fel.

### 5.7 Az értékelés pontossága

Valamely próbaszivattyúzást a fentebb javasolt módszerek mindegyikével érdemes kiértékelni. Ha kettőnél több észlelőkút van, akkor a kút-párok szerint történő számolással több  $\lambda$ -hoz jutunk, amelyek közül általában ki lehet szűrni a szabályos hibával terheltet, és ezeket ki kell zárni az átlagképzésből.

Az 5.6 fejezet szerinti — normál próbaszivattyúzásra vonatkozó — kiértékelésnél többnyire csak egy vagy két eredményünk lesz, emiatt itt nagyobb pontossági igény a kiinduló adatok, főleg a leszívások tekintetében.

A mérési hibahatár 1 cm körül van, emiatt az  $S_1$  és  $S_2$  értékeknek deciméter nagyságrendűeknek kell lenniük, hogy az  $\frac{S_1}{S_2}$  arány biztos legyen.

Az  $\frac{r_1}{c}$  viszony sem közömbös. Minél közelebb van az 1-hez, annál nagyobb pontosságra számíthatunk. Az  $\frac{r_1}{c} > 3$  esetekre az 5.6 szerinti eljárás nem is javasolható.

## 6. Anizotrópia vizsgálatok a gyakorlatban

Magyarországon alig, külföldön többet foglalkoznak a talajok anizotrópiájával és a próbaszivattyúzások igen nagy százalékát építik ki több szintben szűrőzött észleléskutakkal. Igyekeznek megállapítani a horizontális síkban jelentkező anizotrópiát is (ehhez három irányban kell kutatkat elhelyezni) amiből az ősföldrajzi viszonyokra következtetnek.

Jelen dolgozat csupán néhány gondolat feltevéssel és tisztázásával kíván hozzájárulni ahhoz, hogy ezek a módszerek nálunk is elterjedjenek. Néhány jellegzetes szivárgási esetben ez különösen fontosnak tűnik:

- Szabad szintű kutakkal történő vízszintsüllyesztéseknél a leszívott vízszint magasabban marad, mint ahogy azt izotróp közeg feltételezésével számíthatjuk. Vagy másképpen: ugyanazon vízszint eléréséhez nagyobb hozammal kell szivattyúzni az anizotróp talajokban.
- Műtárgyak alatt a vertikálisan kialakuló potenciáleloszlás változik meg. Az áramlás kisebb mélységűvé válik, közvetlenül a műtárgy alatti rétegekre koncentrálódik és az izotróp esetben várhatónál erőteljesebb víznyomások és kimosódások alakulnak ki a műtárgy alatti szelvényekben.
- Vízáró függönyök, résfalak hatékonysága megnő anizotróp körülmények között, ebben az esetben a gazdaságos méretezés követeli meg a részletesebb előmunkálatokat.
- Injektálásoknál az injektálóanyag szétterjedését az anizotrópia lényegesen befolyásolja.

### IRODALOM

- [1] Németh Endre: Hidromechanika. Tankönyvkiadó Budapest, 1963.
- [2] Kovács György: A szivárgás hidraulikája. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1972.
- [3] Juhász József: Hidrogeológia. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1976.
- [4] Éliás E.—Juhász J.: Az anizotrópia tényező meghatározása. Szivárgási és kúthidrológiai anket, Budapest, 1966.
- [5] Öllös Géza: Vízépítési műtárgyak alatti szivárgás vizsgálata inhomogén altalaj esetén. *Hidrológiai Közlöny*, Budapest, 1954. 9—10, 11—12.
- [6] Babuskín, V. D.: Metodü gidrogeologiceszkih raszcsotov sz uesotom nyeodnorodnoszty porod v plane. *Bull. Naucsni. Tehn. Inform. Goszgeolkomu SZSZSZR*, No2. 1963.
- [7] Reeve, R. C.—Kirkham, D.: Soil anisotropy and some fields methods for measuring permeability. *Trans. Amer. Geophys. Union*. 32, No. 4. 1951.
- [8] Guyon, G.—Wolsack, J.: La conductivité hydraulique des sols hétérogènes et anisotropes et sa détermination sur le terrain. *Mémoires séd XVI Journées de L'hydraulique*. Toulouse, 1978.

### Анизотропия водопроницаемых слоев

д-р Велдеши И.

Зависимости, описывающие фильтрационное движение — как известно — были выведены с предположением изотропной среды. В практике такое условие

не выполняется, ведь водопроницаемые слои, имеющиеся в природе почти всегда анизотропны. Если коэффициент анизотропии большой и вертикальные составляющие рассматриваемой фильтрации являются существенными, то нельзя пренебречь существованием анизотропии.

Решение дается с трансформацией координат, как это показывается на *рис. 1*. Потенциальные линии, которые искажаются в анизотропной среде, с вертикальным натяжением снова трансформируем в круг. После этого уже могут быть приняты зависимости, действительные для анизотропного пространства.

В ходе трансформации наряду с продольными размерами изменяются и другие, характерные для фильтрационного пространства, количества. Наибольшая проблема получается созданием трансформата расхода. Уравнение 2 показывает зависимость, действительную для общего случая.

Статья в дальнейшем занимается с определением коэффициента анизотропии. Рассматривается и оценивается несколько более ранних подходов, потом вместо них предлагает способы пробной откачки с наблюдательными скважинами. Обращает внимание на возможные ошибки (на мешающее влияние длительно наблюдаемых скважин на потенциальное распределение, см. *рис. 4*).

Наконец автором рассматривается влияние анизотропии в случае т. н. нормальных, то есть созданных для цели определения коэффициента фильтрации пробных откачек и на основании уравнения 20 дает просто применяемую номограмму (*рис. 8*), с помощью которой можно оценивать пробные откачки и с точки зрения коэффициента анизотропии.

### Anisotropy of pervious layers

dr. Völgyesi I.

The expressions describing seepage flow have been derived — as will be remembered — by starting from the assumption of an isotropic medium. This assumption is often invalid in practice, the pervious layers encountered in nature being anisotropic virtually without exception. Where the coefficient of anisotropy is high, so that the vertical components of the seepage flow examined are also important, the existence of anisotropy must no more be neglected.

A solution of such problems is possible by transforming the coordinates, as shown in *Fig. 1*. The potential lines distorted into ellipses in the anisotropic field are retransformed to circles by vertical extension, or horizontal shrinking. Hereafter the relationships derived for the isotropic field become applicable.

In the course of transformation not only the longitudinal dimensions, but also the other parameters of the seepage field suffer changes. Most problems are encountered in producing the discharge transform. The relationship applying to the general case is given by Eq. (2).

The determination of the anisotropy coefficient is considered subsequently. Some earlier attempts are described and considered critically. Pumping tests combined with observations in surrounding boreholes are recommended instead, calling attention to the possible errors, such as the disturbing effect of longer observation wells on the potential distribution shown in *Fig. 4*.

The effect of anisotropy is examined finally in the case of standard pumping tests performed with the aim of determining the permeability coefficient. A simple graphical aid based on Aq. (20) is presented, using which the results of pumping tests can be evaluated with regard to the anisotropy coefficient as well.